HYDROSTATICS — הידרוסטטיקה

DENSITY — צפיפות

3D — VOLUMETRIC : $\rho = \frac{M}{V}$ — צפיפות נפחית

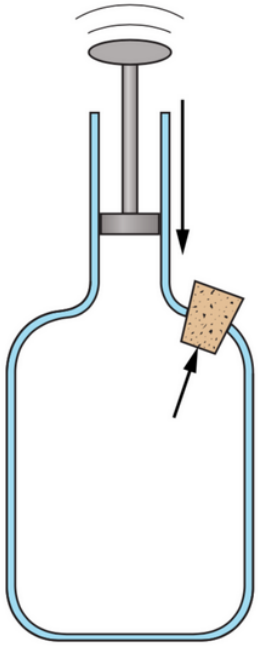
2D — AREA : $\sigma = \frac{M}{A}$ — צפיפות משטחית

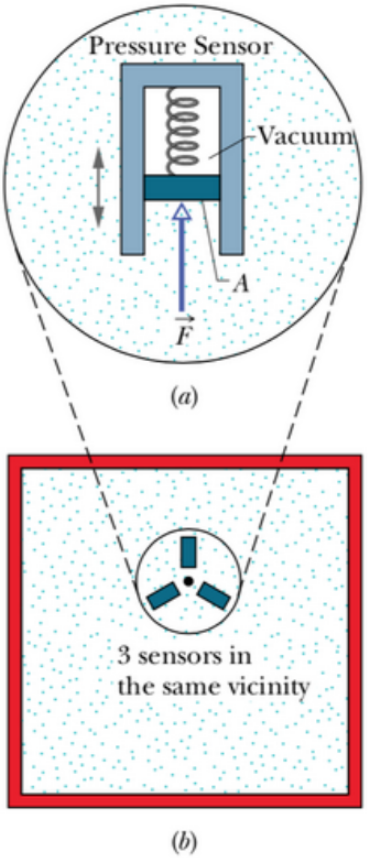
1D — LINEAR : $\lambda = \frac{M}{L}$ — צפיפות קווית

PRESSURE — לחץ

$$P \equiv \frac{|F_\perp|}{A} \quad , \text{ SCALAR!}$$

$$P_a = \frac{N}{m^2} \quad ; \text{ PASCAL}$$





תרגיל

מהו הלחץ שעקב של נעל על הרצפה,
בהנחה שהאדם הנועל את הנעל עומד רק
על העקבים? מסת האדם: 56 ק"ג.

א. שטח העקב: $0.45\ cm^2$.

ב. שטח העקב: $16\ cm^2$.

א

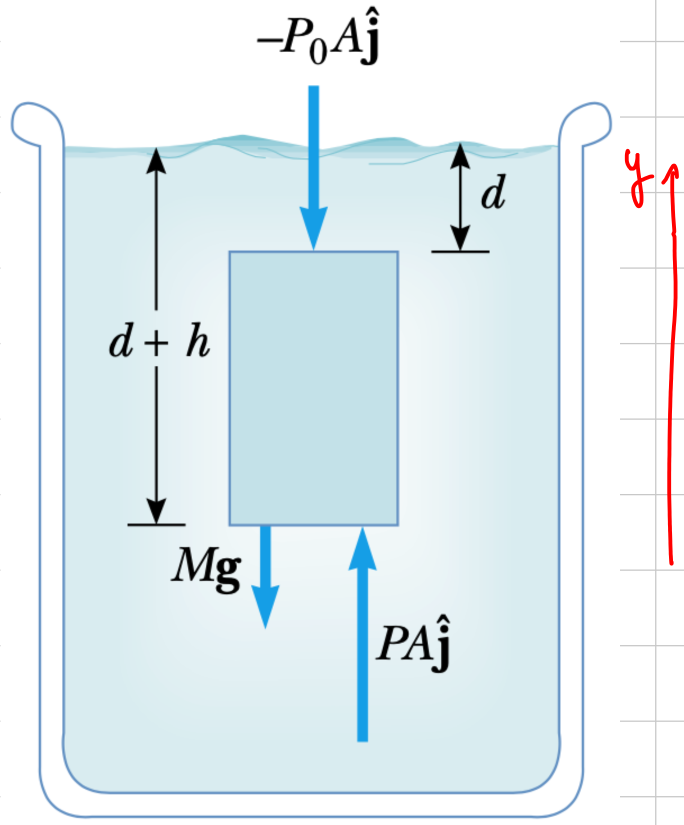
$$P = \frac{F}{A} = \frac{\frac{m}{2}g}{A} = \frac{56}{2} \cdot 9.8 \frac{1}{(0.45\,cm^2)} \left(\frac{100\,cm}{1\,m}\right)^2$$

$$P = \frac{56 \cdot 9.8}{2} \frac{100^2}{0.45^2}\ Pa \longrightarrow P = 13.6\ MPa$$

ב

$$P = \frac{F}{A} = \frac{\frac{m}{2}g}{A} = \frac{56}{2} \cdot 9.8 \frac{1}{(16\,cm^2)} \left(\frac{100\,cm}{1\,m}\right)^2$$

$$P = \frac{56 \cdot 9.8 \cdot 100^2}{2 \cdot 16^2}\ Pa \longrightarrow P = 0.01\ MPa$$



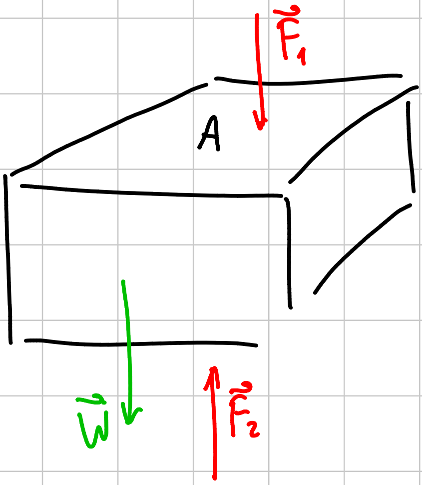
במיכל מלא בנוזל, נדמיין
גליל במנוחה, העשוי מאותו הנוזל

① על הדופן העליונה, בעלת שטח A,
פועל כוח F_0 כלפי מטה:

$$P_0=\frac{F_0}{A} \rightarrow F_0=P_0A\ ;\ \vec{F}_0=-P_0A\hat{j}$$

② על הדופן התחתונה פועל כוח F
כלפי מעלה:

$$P=\frac{F}{A} \rightarrow F=PA\ ;\ \vec{F}=PA\hat{j}$$



③ כוח המשקל פועל כלפי מטה:

$$\vec{W}=-mg\hat{j}$$

המסה של הגליל:

$$\rho=\frac{m}{V} \rightarrow m=\rho V$$

לכן

$$\vec{W}=-\rho Vg\hat{j}$$

הנפח של הגליל:

$$V=A\cdot h$$

לכן

$$\vec{W}=-\rho gAh\hat{j}$$

הגליל במנוחה

$$\vec{F}_0+\vec{F}+\vec{W}=0$$

$$-P_0A\hat{j}+PA\hat{j}-\rho gAh\hat{j}=0$$

$$P=P_0+\rho gh$$

הלחץ בעומק מסוים (P) שווה ללחץ בנקודה יותר גבוהה (P_0) ועוד ρgh,
כאשר h הוא הפרש הגבהים בין שתי הנקודות

תרגיל

הטיטניק נמצא בשנת 1985 בעומק 3.8 ק"מ מתחת לפני הים. מהו הלחץ בעומק זה?

$$P = P_0 + \rho g h$$

$$P_{TITANIC} = P_{ATM} + \rho_{SEA} \cdot g \cdot h_{TITANIC}$$

$\rho_{SEA} = 1050\ kg/m^3$

$P_{ATM} = 101.3\ kPa$

$$P_{TITANIC} = 1.013 \cdot 10^5 + 1050 \cdot 9.8 \cdot 3.8 \cdot 10^3$$

$$P_{TITANIC} = 39.2\ MPa$$

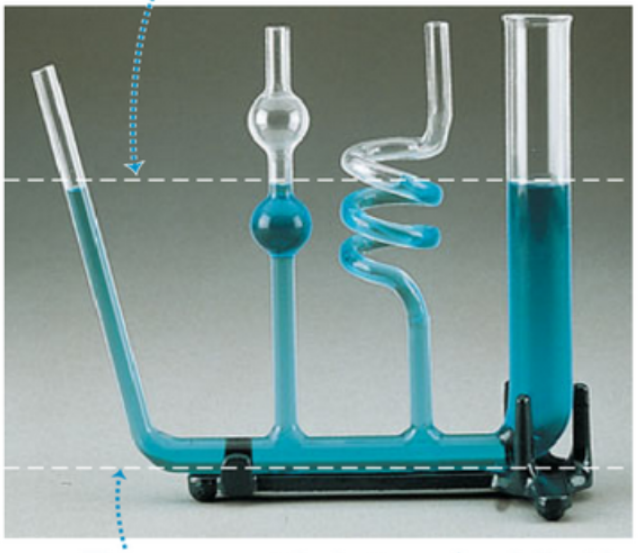
$$P_{TITANIC} = 387\ P_{ATM}$$

כמה מטרים אפשר לרדת לפני שהלחץ עליו יגדל פי P_{ATM} ?

$$\Delta P = P_{ATM} = \rho g \Delta h \longrightarrow \Delta h = \frac{P_{ATM}}{\rho g} = \frac{1.013 \cdot 10^5}{1050 \cdot 9.8} = 9.84\ m$$

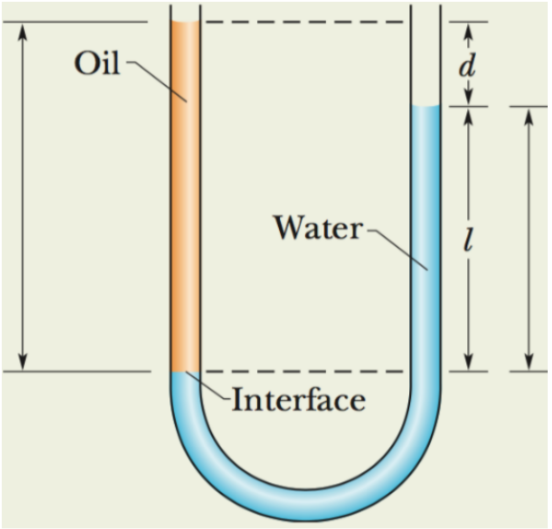
תוך הכלים השלובים

COMMUNICATING VESSELS



The difference between p and p_0 is ρgh, where h is the distance from the top to the bottom of the liquid column. Hence all columns have the same height.

תרגיל



מים ושמן נמצאים בצינור, כפי שרואים באיור.
מהי צפיפות השמן? נתונים:

$l = 135\ \text{mm}$,$\rho_{H_2O} = 998\ \text{kg/m}^3$,

$d = 12.3\ \text{mm}$

$$P_A = P_B$$

$$P_{ATM} + \rho_{OIL} \cdot g \cdot (l+d) = P_{ATM} + \rho_{H_2O} \cdot g \cdot l$$

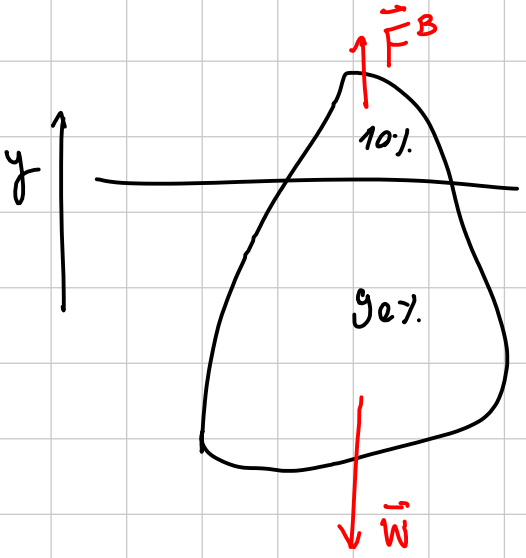
$$\rho_{OIL} = \rho_{H_2O} \frac{l}{l+d} = 915\ kg/m^3$$

חוק ארכימדס

על כל גוף, מוקף באופן מלא או חלקי בזורם, פועל כוח ציפה ששווה **למשקל הזורם הנדחק** על-ידי הגוף.

תרגיל

קרחון צף במי ים ($1050\ kg/m^3$). 10% מנפח הקרחון מחוץ למים. מהי צפיפות הקרח?



$$\vec{F}^B = F_B\vec{j} \quad \vec{W} = -mg\vec{j} \quad \Rightarrow \quad \vec{W}+\vec{F}^B = 0 \quad F_B = m_{\text{קרחון}}\cdot g$$

$$F_B = m_{\substack{\text{מים}\\ \text{שנדחקו}}}\cdot g$$

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m_{\text{קרחון}} = \rho_{\text{קרח}}\cdot V_{\text{קרחון}}$$

$$m_{\substack{\text{מים}\\ \text{שנדחקו}}} = \rho_{\text{מים}}\cdot V_{\text{נדחק}} = \rho_{\text{מים}}\cdot V_{\text{קרחון}}\cdot 0.9$$

$$m_{\substack{\text{מים}\\ \text{שנדחקו}}}\cdot g = m_{\text{קרחון}}\cdot g$$

$$\rho_{\text{מים}}\cdot V_{\text{קרחון}}\cdot 0.9 = \rho_{\text{קרח}}\cdot V_{\text{קרחון}}$$

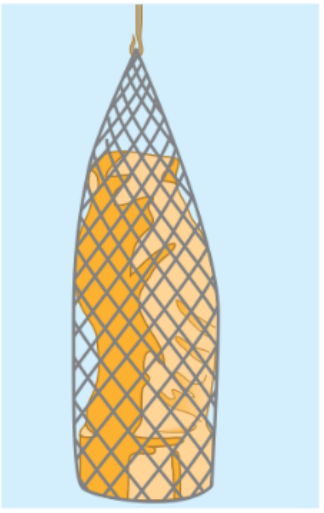
$$\rho_{\text{קרח}} = \rho_{\text{מים}}\cdot 0.9 = 945\ kg/m^3$$

תרגיל

A 15.0-kg solid gold statue is raised from the sea bottom. What is the tension in the hoisting cable (assumed massless) when the statue is

(a) at rest and completely underwater, and
(b) at rest and completely out of the water?

Density of gold = 19.3 x 10^3 kg/m^3
Density of sea water = 1.03 x 10^3 kg/m^3
Density of air = 1.2 kg/m^3

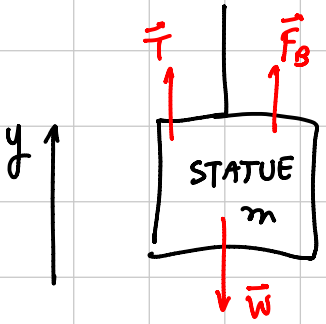


$\vec{T} = T\hat{j}$

$\vec{F}_B = F_B\hat{j} = \rho_{FLUID} \cdot V \cdot g = m_{ST} \frac{\rho_{FL}}{\rho_{ST}} \cdot g$

$\vec{w} = -mg\hat{j}$

$V = V_{STATUE} = \frac{m_{STATUE}}{\rho_{STATUE}}$



FLUID (SEA WATER OR AIR)

$m = 15\,kg$

$\sum \vec{F} = 0 : \quad \vec{T} + \vec{F}_B + \vec{w} = 0$

$T + F_B - mg = 0$

$T = mg - F_B$

$T = m_{ST} g - m_{ST} \frac{\rho_{FL}}{\rho_{ST}} g$

$T = m_{ST} g \left(1 - \frac{\rho_{FL}}{\rho_{ST}}\right)$

(a) $\rho_{FL} = 1.03 \cdot 10^3\ kg/m^3$

$\left(1 - \frac{\rho_{FL}}{\rho_{ST}}\right) = 1 - \frac{1.03 \cdot 10^3}{19.3 \cdot 10^3} = 0.947$

$T = m_{ST} g \cdot 0.947 = 139\,N$

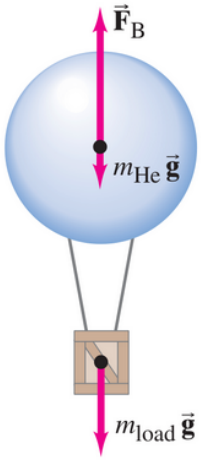
(b) $\rho_{FL} = 1.2\ kg/m^3$

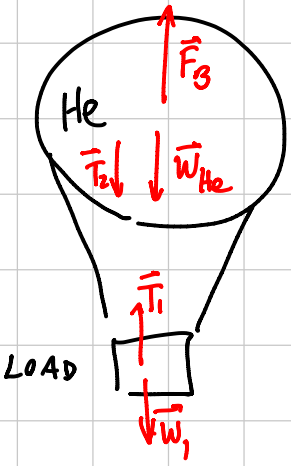
$\left(1 - \frac{\rho_{FL}}{\rho_{ST}}\right) = 1 - \frac{1.2}{19.3 \cdot 10^3} = 0.9999$

$T = m_{ST} g \cdot 0.9999 = 147\,N$

What volume V of helium is needed if a balloon is to lift a load of 180 kg (including the weight of the empty balloon)?

Density of helium = 0.179 kg/m^3 (at 0 degrees Celcius, 1 atm)
Density of air = 1.2 kg/m^3





$T_1 = T_2$

BALLOON: $F_B - T_2 - W_{He} = 0 \longrightarrow F_B = W_1 + W_{He}$

LOAD : $T_1 - W_1 = 0 \rightarrow T_1 = W_1$

F_B = הניפוק הכולל של האוויר $= \rho_{AIR} V g = W_1 + W_{He}$

$W_1 = m_1 g$

$W_{He} = m_{He} g = \rho_{He} V g$

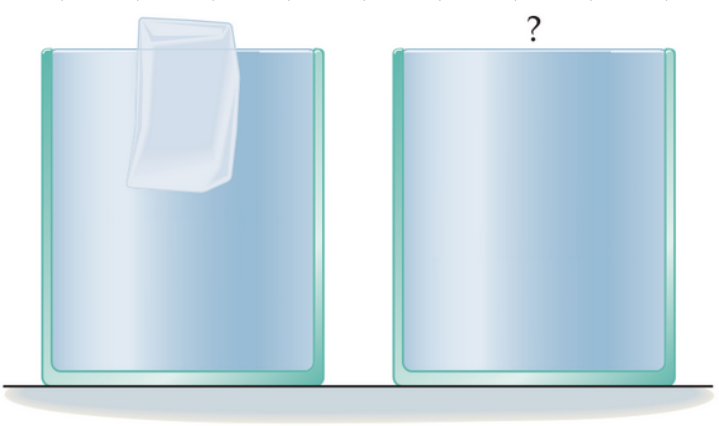
$\rho_{AIR} V g = m_1 g + \rho_{He} V g \rightarrow V(\rho_{AIR} - \rho_{He}) = m_1$

$$V = \frac{m_1}{\rho_{AIR} - \rho_{He}} = \frac{180}{1.2 - 0.179} = 176\ m^3$$

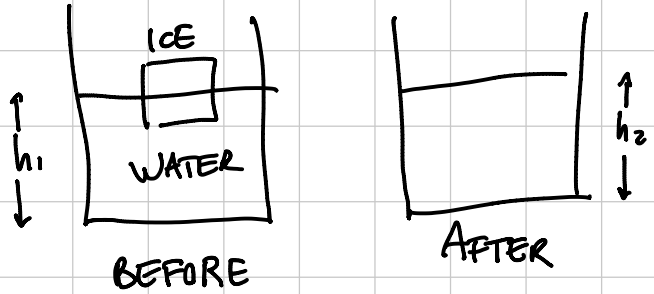
IF THE BALLOON IS SPHERICAL...

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{m_1}{\rho_{AIR} - \rho_{He}} \longrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}\frac{m_1}{\rho_{AIR} - \rho_{He}}} = 3.5\ m$$

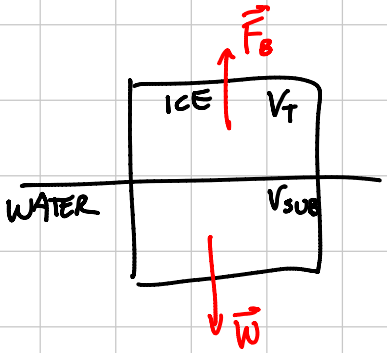
תרגיל



מה יקרה למפלס המים
כאשר הקרח יימס ?



$$\rho_{H_2O} > \rho_{ICE}$$



$$W = F_B$$

$$m_{ICE}\, g = m_{\substack{DISP \\ H_2O}} \cdot g$$

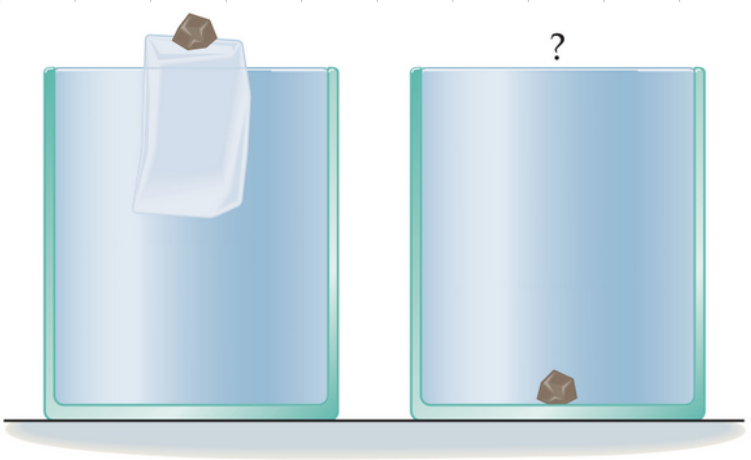
$$\rho_{ICE}\, V_{TOT} = \rho_{\substack{DISP \\ H_2O}}\, V_{SUB}$$

$$V_{SUB} = V_{TOT}\, \frac{\rho_{ICE}}{\rho_{H_2O}}$$

$$m_{ICE} = \rho_{ICE}\, V_{TOT} = m_{\substack{ICE \\ AFTER \\ IT\ MELTS}} = \rho_{H_2O}\, V_{\substack{ICE \\ AFTER \\ IT\ MELTS}} \rightarrow V_{AFTER} = V_{TOT}\, \frac{\rho_{ICE}}{\rho_{H_2O}}$$

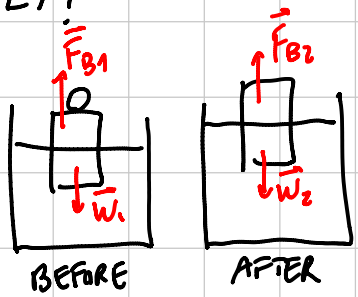
$$V_{AFTER} = V_{SUB}$$

THE LEVEL STAYS THE SAME!



מה יקרה אחרי?

BEFORE THE ICE MELTS, WE REMOVE THE STONE FROM THE WATER. THERE WILL BE LESS FORCE PUSHING THE ICE DOWN, SO IT MUST GO UP, DISPLACING LESS WATER, AND THUS THE WATER LEVEL GOES DOWN. BY HOW MUCH EXACTLY?



$$W_1 = (m_{ICE} + m_{STONE})g$$
$$W_2 = m_{ICE}\,g$$
$$\vec{F}_{B1} = \rho_{H_2O} V_1 g$$
$$\vec{F}_{B2} = \rho_{H_2O} V_2 g$$

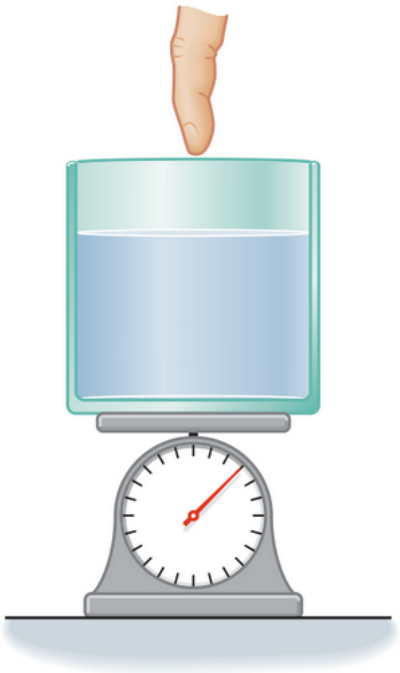
$$F_{B1} = W_1 \qquad F_{B2} = W_2$$
$$\rho_{H_2O} V_1 g = (m_{ICE} + m_{STONE})g \qquad \rho_{H_2O} V_2 g = m_{ICE} g$$
$$V_1 = \frac{m_{ICE}}{\rho_{H_2O}} + \frac{m_{STONE}}{\rho_{H_2O}} \qquad V_2 = \frac{m_{ICE}}{\rho_{H_2O}}$$

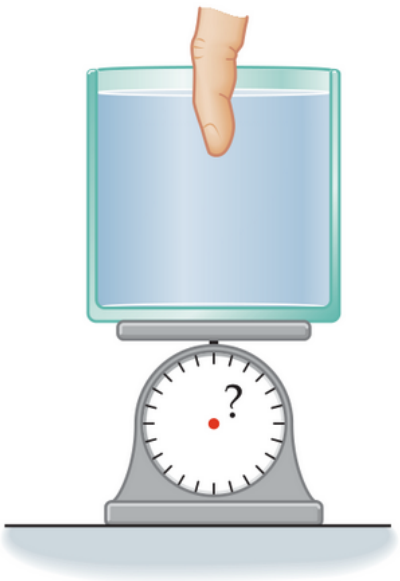
$$\rightarrow \quad V_1 - V_2 = \frac{m_{ICE}}{\rho_{H_2O}} + \frac{m_{STONE}}{\rho_{H_2O}} - \frac{m_{ICE}}{\rho_{H_2O}}$$

$$V_1 - V_2 = \frac{m_{STONE}}{\rho_{H_2O}}$$

WHEN WE EXTRACT THE STONE THE WATER LEVEL GOES DOWN BECAUSE A VOLUME OF $(V_1 - V_2)$ IS NOT BEING DISPLACED ANY LONGER. NOW WE LET THE ICE MELT, AND THAT DOESN'T CHANGE THE WATER LEVEL. FINALLY, WE PUT THE STONE BACK INTO THE WATER, AND IT WILL CAUSE THE WATER LEVEL TO RISE, BECAUSE A VOLUME OF $V_{STONE} = \frac{m_{STONE}}{\rho_{STONE}}$ IS DISPLACED. BECAUSE $\rho_{STONE} > \rho_{H_2O}$, WE CONCLUDE THAT $V_{STONE} < V_1 - V_2$, MEANING THAT OVER ALL THE CHANGE IN VOLUME IS NEGATIVE $\left[\underset{\text{IN}}{V_{STONE}} - \underset{\text{OUT}}{(V_1 - V_2)} < 0 \right]$, THEREFORE THE WATER LEVEL GOES DOWN.

תרגיל





האם הקרצה מאזניים תעלה, תרד, או תישאר אותו הדבר?

FREE BODY DIAGRAM:

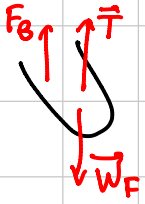
CUP BEFORE

$N = W_{CUP}$

THE WATER PUSHES THE FINGER UP ($\vec{F}_B$), AND THE FINGER PUSHES THE WATER (CUP) DOWN.

$|\vec{F}_B| = |\vec{F}_{FINGER}|$

FINGER AFTER



THE NORMAL FORCE INCREASES AFTER THE FINGER ENTERS THE WATER, THEREFORE THE READING OF THE SCALE GOES UP!

CUP AFTER

$N = W_{CUP} + F_B$

עקרון פסקל

שינוי בלחץ המופעל על צורך הכלוא במכל מוסגר ללא ניחות בכל חלקי הצורך ובדפנות המכל

$$P = P_0 + \rho g h$$

תרגיל: במערכת מעלית הידראולי, ניתן להרים מכוניות במעלית מסה $1000\,kg$. כמה כוח צריך להפעיל על מכבש הכניסה (רדיוס $3\,cm$) כדי להרים את המכוניות במכבנת היציאה (רדיוס $30\,cm$)?

$m = 1000\,kg$

$A_{IN} = \pi R_{IN}^2 = \pi (3\cdot 10^{-2})^2\,m^2$

$A_{OUT} = \pi R_{OUT} = \pi (0.3)^2\,m^2$

$F_{IN} = ?$

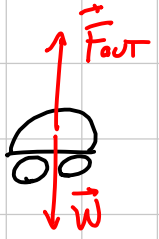
אומנו טובה: $P_{IN} = P_{OUT}$

$$\frac{F_{IN}}{A_{IN}} = \frac{F_{OUT}}{A_{OUT}}$$

יתבון מכני:

$$F_{OUT} = F_{IN}\,\frac{A_{OUT}}{A_{IN}}$$

$$F_{IN} = F_{OUT}\,\frac{A_{IN}}{A_{OUT}} = mg\,\frac{A_{IN}}{A_{OUT}}$$



$|\vec{F}_{OUT}| = mg$

$$F_{IN} = mg\cdot\frac{1}{100} = 98\,N$$

מה גודל הנסיגה?

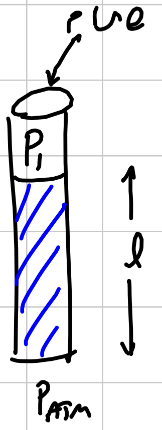
$V_{IN} = V_{OUT} \rightarrow A_{IN}\,d_{IN} = A_{OUT}\,d_{OUT}$

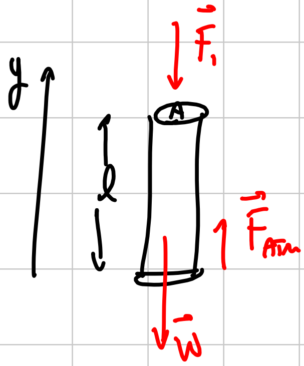
$$d_{IN} = d_{OUT}\,\frac{A_{OUT}}{A_{IN}}$$

$$W_{IN} = F_{IN}\cdot d_{IN} = F_{OUT}\,\frac{A_{IN}}{A_{OUT}}\cdot d_{OUT}\,\frac{A_{OUT}}{A_{IN}} = F_{OUT}\cdot d_{OUT} = W_{OUT}$$

<u>תרגיל</u>: נסתום קשית עם האצבע, כפי שרואים בתמונה.

מהו לחץ האויר בין המים לאצבע? $P_1 = ?$





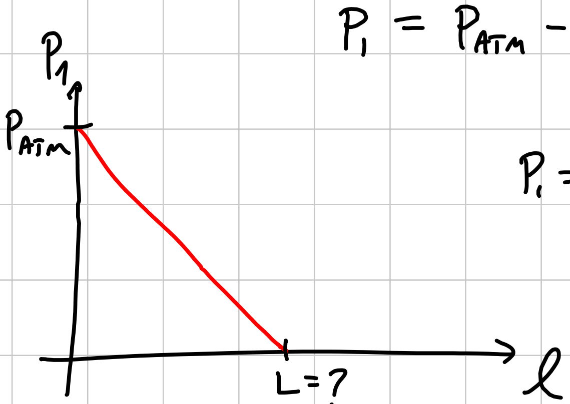
עמודת המים במנוחה:

$$\vec{F}_1 = -F_1\hat{j}$$
$$\vec{F}_{ATM} = F_{ATM}\hat{j}$$
$$\vec{W} = -mg\hat{j}$$

$$P = \frac{F_\perp}{A} \rightarrow F_\perp = PA$$

$$m = \rho_{H_2O} \cdot V = \rho_{H_2O} \cdot A \cdot l$$

$$\vec{W} + \vec{F}_{ATM} + \vec{F}_1 = 0$$
$$-mg + F_{ATM} - F_1 = 0$$
$$-\rho_{H_2O} \cdot A \cdot l \cdot g + P_{ATM} \cdot A - P_1 \cdot A = 0$$
$$P_1 = P_{ATM} - \rho_{H_2O} \cdot l \cdot g$$



$$P_1 = 0 \rightarrow P_{ATM} = \rho_{H_2O} \cdot L \cdot g \rightarrow L = \frac{P_{ATM}}{\rho_{H_2O} \cdot g}$$

$$L \simeq \frac{10^5 Pa}{1000\, kg/m^3 \cdot 10\, m/s^2} = 10m$$

עבור נוזלים אחרים נקבל גבהים שונים.

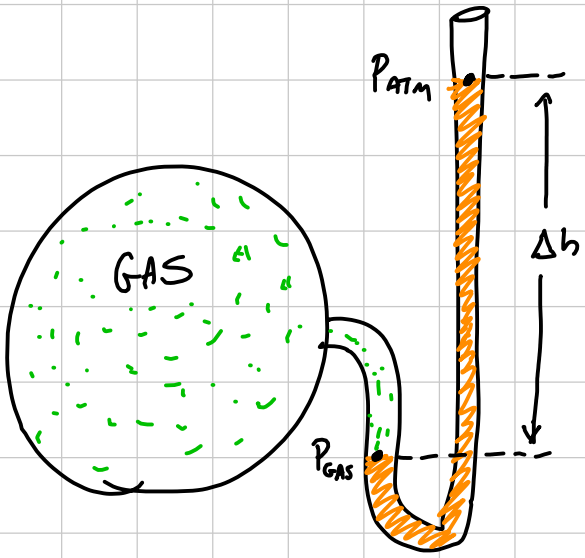
למשל, עבור כספית $L = 760mm$

$$1\,atm = 1.01 \cdot 10^5 Pa = 760\,torr = 14.7\,lb/in^2$$

↓

EVANGELISTA TORRICELLI ע"ש

מנומטר ולחץ מד



$$P_{GAS} = P_{ATM} + \rho g \Delta h$$

לחץ מוחלט

$$P_{GAS} - P_{ATM} = \rho g \Delta h$$

לחץ מד

GAUGE PRESSURE