

שאלה 1 [15 נקודות]

סוּוֹרְדְרוֹפּ היא יחידת ספיקה הקרוייה על שם החוקר הנורווגי Harald Ulrik Sverdrup. סוּוֹרְדְרוֹפּ אחד שווה למיליון מטרים מעוקבים לשנייה ($1 \text{ Sv} = 10^6 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$), והוא שימושי בעיקר בהקשר של זרמים בים. לדוגמה, ספיקתו של "זרם הגולף" היוצא ממפרץ מקסיקו היא 30 Sv, בעוד הספיקה של כל הנהרות בעולם בהגעתם לים היא 1.2 Sv.

א. [5 נקודות] מה הספיקה של מים הזורמים במהירות 0.5 m/s בצינור גלילי בעל רדיוס 3 cm? [תשובה ב-סוּוֹרְדְרוֹפּ Sv]

ב. [5 נקודות] כמה שנים צריך להמתין כדי לאסוף מכל הנהרות בעולם נפח השווה לנפח המים בכל האוקיינוסים, כלומר 1.3 מיליארד קילומטרים מעוקבים?

ג. [5 נקודות] מה המהירות הממוצעת של זרם הגולף כאשר הוא זורם בין פלורידה לקובה? הניחו כי רוחבו של הזרם הוא 100 km ועומקו 1000 מטרים. [תשובה במטרים לשנייה]

שאלה 2 [30 נקודות]

לוויין בעל מסה $m = 150 \text{ kg}$ משוגר לאורביטה גֵאוֹסְטְצִיוֹנָרִית בשלושה שלבים. בשלב ראשון, הלוויין משוגר מפני כדור הארץ ל"מסלול לווייני נמוך" (Low Earth Orbit, LEO), שהוא מסלול מעגלי בעל רדיוס $R_{LEO} = 8.0 \times 10^6 \text{ m}$, ראו תמונה למטה. בשלב שני, בנקודה A, הלוויין מקבל תוספת מהירות של Δv_1 על-ידי הטיל שנושא אותו, ועובר למסלול אליפטי, הנקרא "מסלול הוהמן" (Hohmann Transfer Orbit, HTO). לבסוף, כאשר הלוויין נמצא בנקודה B, הוא מקבל תוספת מהירות נוספת Δv_2 , ועובר למסלול הגאוסטציונרי הרצוי, GEO.

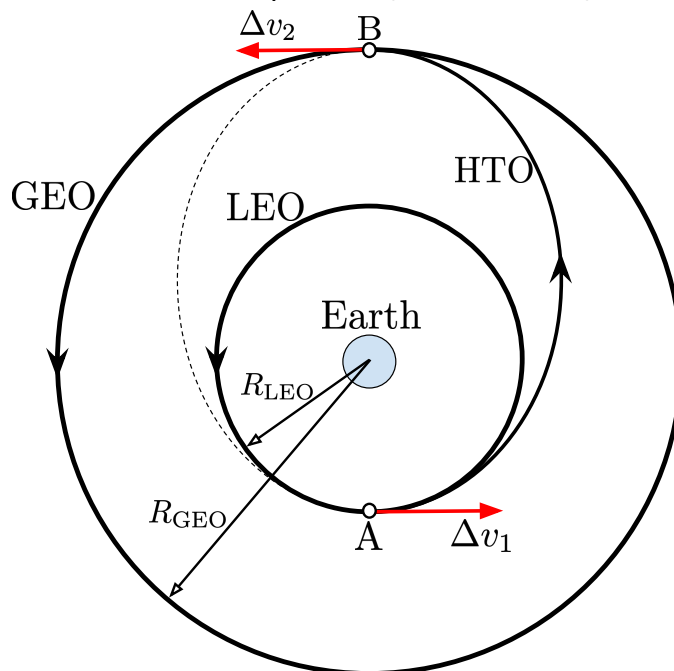
נתונים: מסלול גֵאוֹסְטְצִיוֹנָרִי הוא מסלול בעל זמן מחזור של 24 שעות. מסת כדור הארץ היא $M_{\oplus} = 5.972 \times 10^{24} \text{ kg}$. הקבוע הגרביטציוני שווה $G = 6.67408 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$.

א. [10 נקודות] פתחו ביטוי פרמטרי עבור האנרגיה המכנית של הלוויין כאשר הוא נמצא במסלול לווייני נמוך, LEO. הביטוי צריך להיות תלוי ב: $m, M_{\oplus}, G, R_{LEO}$.

ב. [10 נקודות] מהו הרדיוס של המסלול הגֵאוֹסְטְצִיוֹנָרִי R_{GEO} ? נמקו. [תשובה בקילומטרים]

ג. [5 נקודות] כמה עבודה (בג'אולים) הטיל עשה על הלוויין בין המסלול LEO למסלול GEO?

ד. [5 נקודות] באיזה מסלול, LEO או GEO, יש ללוויין גודל מהירות v גדול יותר? נמקו.



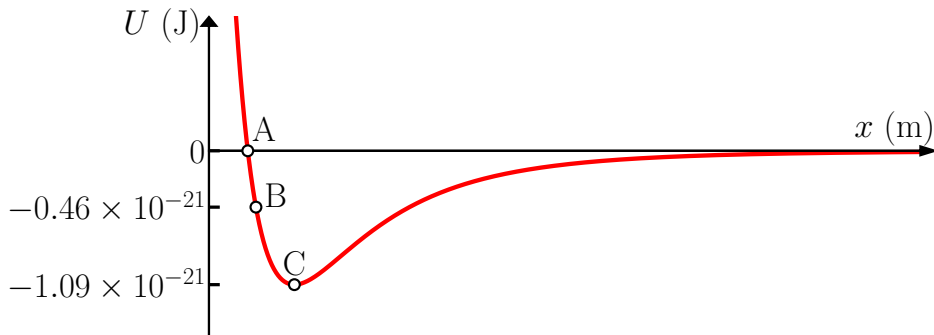
שאלה 3 [25 נקודות]

במולקולות דו-אטומיות, האטומים מושכים זה את זה עבור מרחקים גדולים, ודוחים זה את זה עבור מרחקים קטנים. ניקח לדוגמה מולקולת חמצן (O_2). ניתן לתאר את התנועה של אחד האטומים החמצן על ידי אנרגיה פוטנציאלית U הנקראת "Lennard-Jones":

$$U(x) = \varepsilon \left[\left(\frac{a}{x} \right)^{12} - 2 \left(\frac{a}{x} \right)^6 \right],$$

כאשר x הוא המרחק בין שני האטומים. נתונים: מסת האטום החמצן היא 2.66×10^{-26} kg, $\varepsilon = 1.09 \times 10^{-21}$ J, $a = 3.55 \times 10^{-10}$ m.

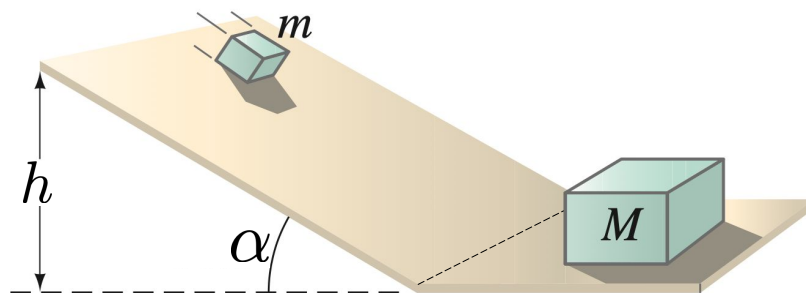
- [5 נקודות]** האם קיימות נקודות שיווי משקל? אם כן, מצאו את מיקומן ב- x .
- [5 נקודות]** נניח שאטום החמצן משוחרר מנקודה B, ראו גרף למטה. תארו במילים מה יקרה לאטום הזה. ספרו סיפור שממחיש את הבנתכם, למשל: קודם זה קורה, אז זה קורה, ואז... וכו'.
- [5 נקודות]** מה המהירות המירבית בתנועתו של אטום החמצן של סעיף ב'?
- [5 נקודות]** מה המהירות המינימלית שהיינו צריכים לתת לאטום החמצן בנקודה B כדי שהוא יברח ימינה ולא יחזור לעולם? נמקו.
- [5 נקודות]** הנקודה A היא מיוחדת מכיוון שמשמאלה הכוח הפועל על האטום הוא חיובי, ומימינה הכוח הוא שלילי, כפי שרואים בגרף. נכון או לא נכון? נמקו.



שאלה 4 [30 נקודות]

קופסה קטנה A בעלת מסה $m = 2.00$ kg מתחילה להחליק מגובה $h = 1.00$ m במורד מישור משופע חסר חיכוך בעל זווית $\alpha = 30^\circ$ עם האופק (ראו תמונה למטה). בדיוק כאשר הקופסה מגיעה למרגלות המישור המשופע, היא מתנגשת התנגשות אלסטית עם קופסה B, גדולה יותר, בעלת מסה $M = 8.00$ kg.

- [5 נקודות]** מה יהיה גודל המהירות של כל אחת מהקופסאות מיד אחרי ההתנגשות? בטאו זאת בצורה פרמטרית (כתלות ב: α, h, m, M, g) ותנו תשובה מספרית גם כן.
- [5 נקודות]** מה הגובה המירבי של קופסה A אחרי ההתנגשות? קבלו ביטוי פרמטרי (כתלות ב: α, h, m, M, g) ותנו תשובה מספרית.
- [10 נקודות]** כמה זמן אחרי ההתנגשות קופסה A תגיע לגובה הזה? קבלו ביטוי פרמטרי (כתלות ב: α, h, m, M, g).
- [10 נקודות]** מה המסה המירבית של A שעדיין הייתה מאפשרת התנגשות שנייה? נמקו.



בהצלחה!

נוסחאות

עבור התנגשות אלסטית:

$$v_{A2} = v_{A1} \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} + v_{B1} \frac{2m_B}{m_A + m_B}$$

$$v_{B2} = v_{A1} \frac{2m_A}{m_A + m_B} + v_{B1} \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}$$

$$x_{cm} = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2 + \dots + x_n m_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

$$\vec{F} = -\frac{m_1 m_2 G}{r^2} \hat{r}$$

$$U = -\frac{m_1 m_2 G}{r}$$

$$U = mV$$

$$a_{centr} = \frac{v^2}{r}$$

$$\omega = 2\pi/T \quad v = \omega r$$

$$Q = Av = V/\Delta t$$

$$P = P_0 + \rho gh$$

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gy = \text{constant}$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}t$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}$$

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

$$v^2 = v_0^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{\Delta r}$$

$$\vec{F}^{\text{net}} = \Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

$$W = \vec{F} \cdot \vec{\Delta x} \text{ : עבוד כוח קבוע:}$$

$$\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = |\vec{v}_1| |\vec{v}_2| \cos(\theta)$$

$$E = K + U_G + U_{EL}$$

$$E_1 + W_{NC} = E_2$$

$$F = -\frac{d}{dx}U(x)$$

$$\vec{J} = \vec{F} \Delta t \text{ : ועבור כוח קבוע: } \vec{J} = \vec{\Delta p}$$